Einflussquellen der Messunsicherheit auflisten

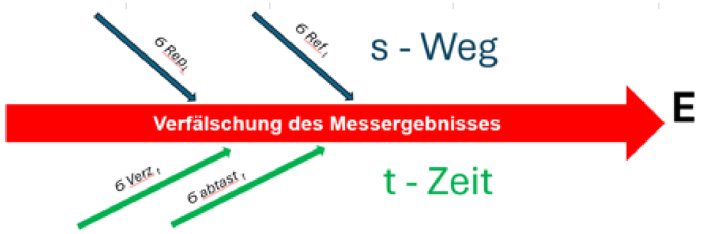
Modellgleichung aufstellen

Beträge ermitteln

Art der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (WDF) ermitteln, hieraus die Gewichtung (*G*) ableiten

Sensitivitätskoeffizienten (*C*) berechnen und Freiheitsgrade (*V*) bestimmen

Finale Berechnung durchführen



$$V = \frac{s}{t} = \frac{s + 6_{Repl} + 6_{Refl}}{t + 6_{Verzt} + 6_{Abtastt}}$$

$6_{Rep\,s}$ =	0,2	mm
$6_{Ref\,s}$ =	0,1	mm
$6_{verz\;t}$ =	5,00E-05	s
$6_{Abtast\,t}$ =	5,00E-05	s

Normverteilung $\sqrt{G} = 1$;Rechteckverteilung $\sqrt{G} = \sqrt{\frac{1}{3}}$;Dreiecksverteilung $\sqrt{G} = \sqrt{\frac{1}{6}}$

$$C_s = \frac{dV}{ds} \sim \frac{1}{t}$$

$$C_t = \frac{dV}{dt} \sim \frac{s}{-t^2}$$

Freiheitsgrade (Prüfung auf Normalverteilung)

Rechteckverteilung/Dreiecksverteilung $V = \infty$
Normalverteilung -> V = Anzahl der Messungen

$$U_{k=2} = \sqrt{u^2_{Repl} + u^2_{Refl} + u^2_{verz\,t} + u^2_{Abtast\,t}}$$

Mathematische Grundlage der Messunsicherheitsberechnung

Was ist die mathematische Grundlage der Messunsicherheitsberechnung?

Natürlich die **Gaußsche Fehlerfortpflanzung**

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial xi} \cdot \Delta xi\right)}$$

„Das Ergebnis habe ich schon, jetzt brauche ich nur noch den Weg, der zu ihm führt.“

Carl Friedrich Gauß (1777-1855)

Damals noch Fehler, statt Unsicherheit genannt.

Partielle Ableitung der Funktion $f\ (x_1, x_2, x_2 \ldots x_n)$ nach den einzelnen Messunsicherheits-einflüssen x_i.

Unsicherheit oder Standardabweichung der Größe (x).

Mathematische Grundlagen der Messunsicherheitsberechnung

Fehlerfortpflanzung nach Gauß

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial xi} \cdot xi\right)^2}$$

Heutige Berechnungsmethode der erweiterten Messunsicherheit ($U_{k=2}$) für nicht korrelierte Eingangsgrößen

$$U = k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (c_i \cdot \sqrt{G} \cdot xi)^2}$$

→ ca. 95 % Prozent der Anwendungsfälle

und für korrelierte Eingangsgrößen

$$U_{k=2} = k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (c_i \cdot \sqrt{G} \cdot xi)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} p_{i,j} \cdot c_i \cdot c_j \cdot \sqrt{G_i + Gj} \cdot xi + xj}$$

Erweiterungsfaktor (k), in der Regel ist k=2 für ein Vertrauensbereich von 95%

Sensivitätskoeffizient (c_i)

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial xi}$$

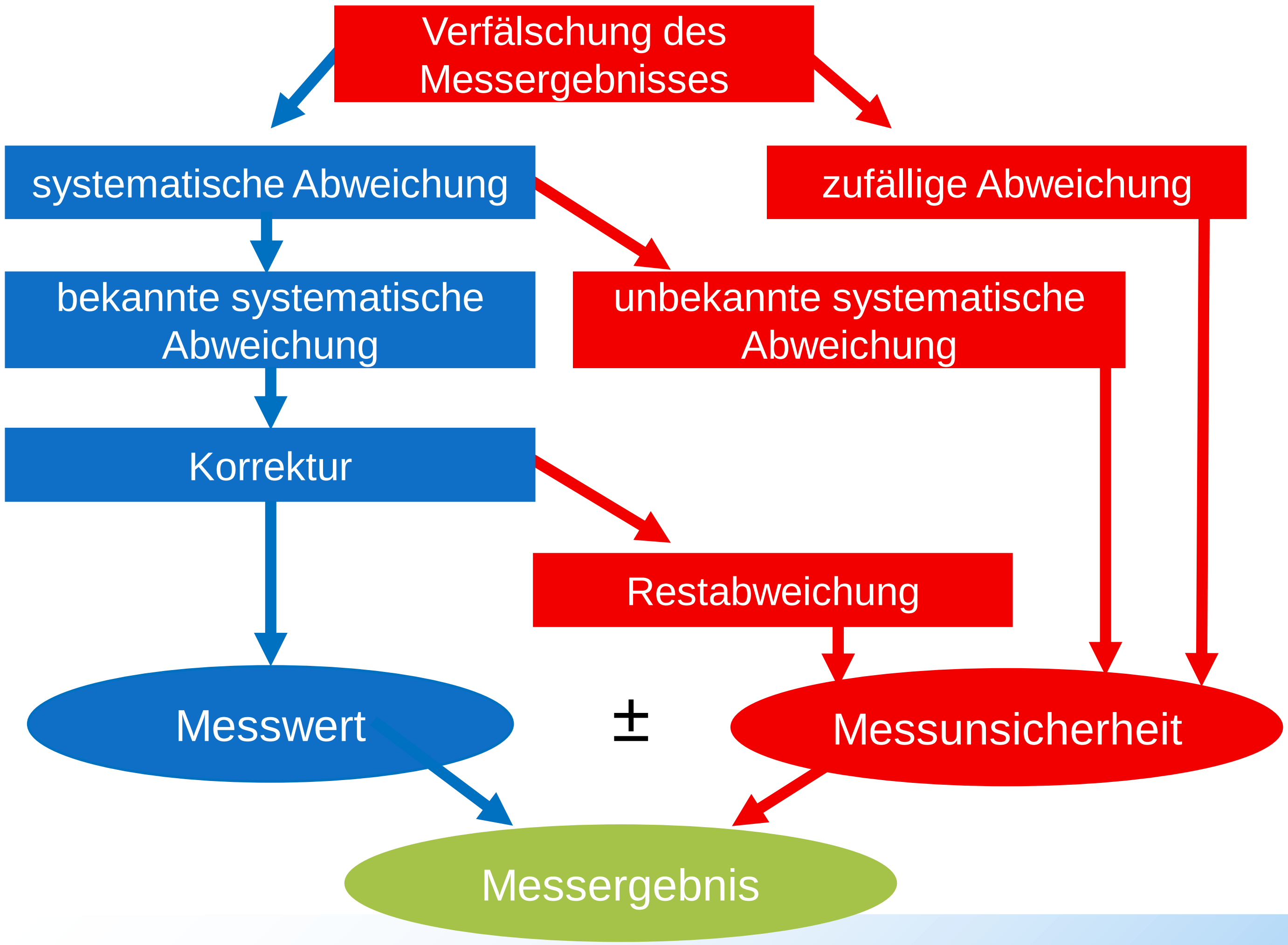
(Partielle Ableitung, wie bei Fehlermethode nach Gaus.)

Standardmessunsicherheit (U_i)

$$U_i = \cdot \sqrt{G} \cdot xi$$

Gewichtsfaktor $(\sqrt{G})$ in Abhängigkeit von der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
Normalverteilung $\sqrt{G} = 1$
Rechteckverteilung $\sqrt{G} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0{,}57735$
Dreiecksverteilung $\sqrt{G} = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0{,}40882$

Art der Abweichung



Beispiele

systematische Abweichung

Ein falsch eingestellter Messverstärker produziert einen konstanten prozentualen Fehler.

unbekannte systematische Abweichung

Temperaturdrift eines Kraftaufnehmers

zufällige Abweichung

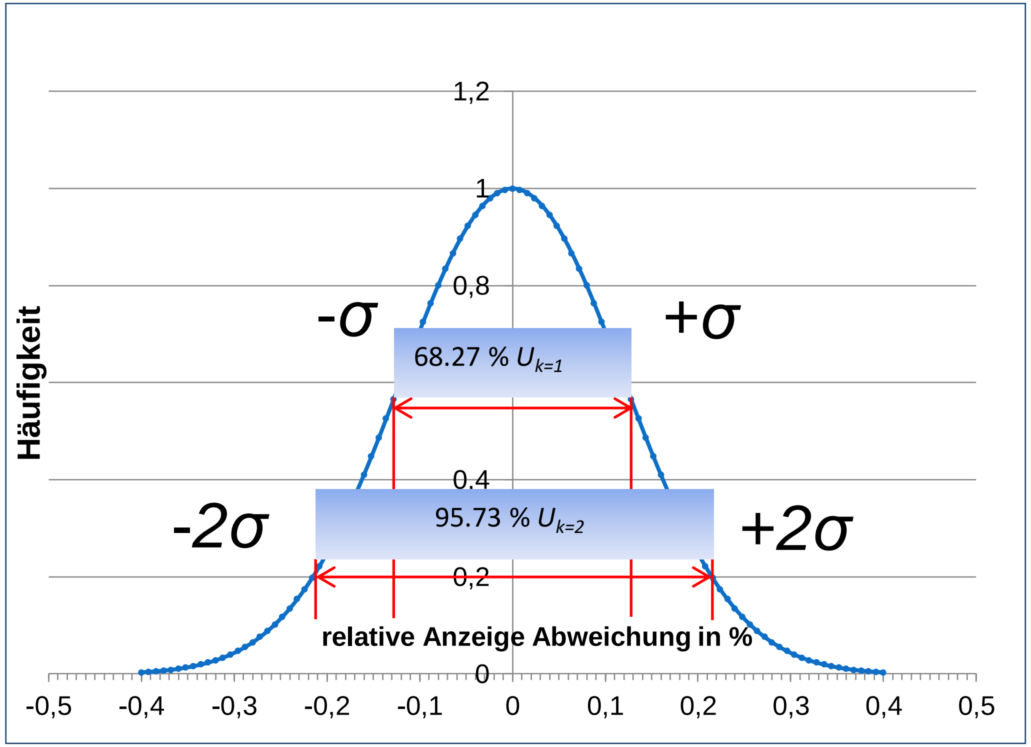
Das Rauschen eines Messignals

Restabweichung

Interpolationsfehler einer Fehlerkorrektur

Erweiterte und kombinierte Messunsicherheit

Normalverteilung



Die bei der Kraftkalibrierung ermittelte Anzeigeabweichung

Messunsicherheitsbeitrage aus Kalibrierscheinen oder anderen Bescheinigungen angegebene Werte …

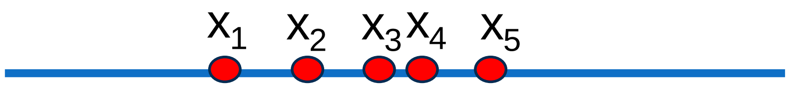
$U_{(k=1)}$ ≙ kombinierte Messunsicherheit (1σ)

$$U_{(k=1)} = \sqrt{u_1{}^2 + u_1{}^2 + u_1{}^2 \ldots + un^2}$$

$U_{(k=1)} \cdot 2 \triangleq U_{(k=2)}$ erweiterte Messunsicherheit (2σ)

Beispiel Kraftkalibrierung

$\delta_{wp,KG}$ Widerhohlpräzision (Empirische Standardabweichung des Mittelwertes)



$$\delta_{wp,KG} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{796+798+799+801+802}{5}$$

$$= \mathbf{799{,}2\ N}$$

n = 5 (Anzahl der Messungen)

x_1	796 N
x_2	798 N
x_3	799 N
x_4	801 N
x_5	802 N

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(796-799{,}2)^2 + (798-799{,}2)^2 + (799-799{,}2)^2 + (801-799{,}2)^2 + (802-799)^2}{(5-1)}}$$

σ = **2,39 N**

$$\delta_{wp,KG} = \frac{2{,}39}{\sqrt{5}}$$

$$= \mathbf{1{,}07\ N}$$